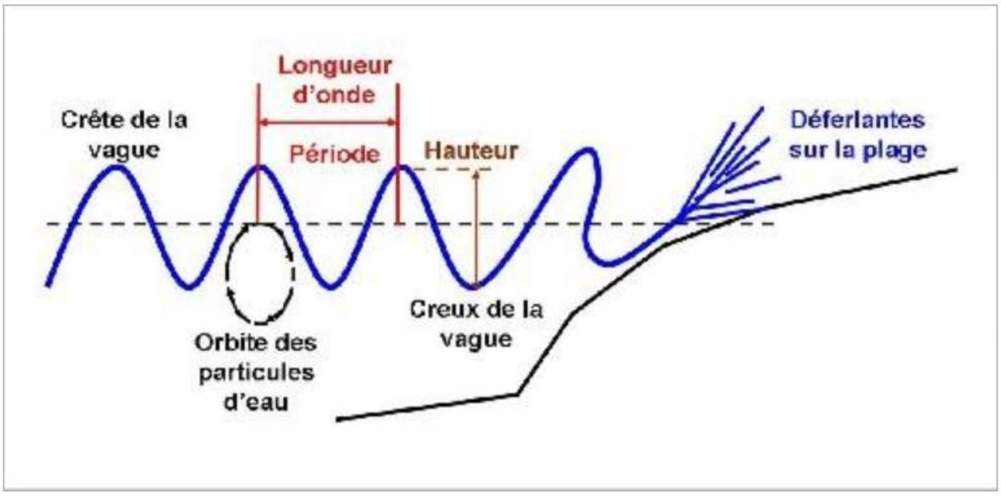
Les ondes mécaniques

1) Le phénomène à l’origine du concept d’onde

L’onde désigne la mer ou les océans chez les poètes. Ce mot vient du latin **unda** : eau agitée, vague.

LA HOULE

La houle est une ondulation de la surface des océans relativement régulière en direction et en période.
Il n’y a **pas de déplacement d’eau** lors de ce mouvement ondulatoire car les vagues ne transportent que de l’énergie. L’eau se trouvant dans le creux d’une vague est soulevée vers l’arrière et effectue une rotation circulaire et retrouve ainsi sa position initiale. Ce phénomène peut être mis en évidence avec un objet flottant (bouchon en liège, bout de bois..), la houle va le ballotter mais ne le déplace pas.



La houle peut être observée en absence de vent car la houle vient du large et correspond en quelque sorte à **une "vague fossile"** formée il y a plusieurs jours.

Extrait du site : culture-maritime.com

2. Définition d’une onde de façon générale

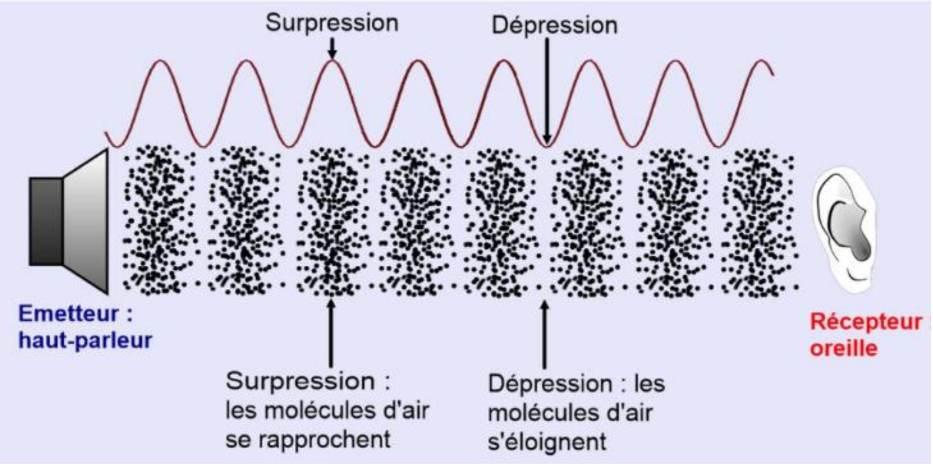
Une onde est la propagation de proche en proche d’une perturbation d’un milieu.

Exemples :

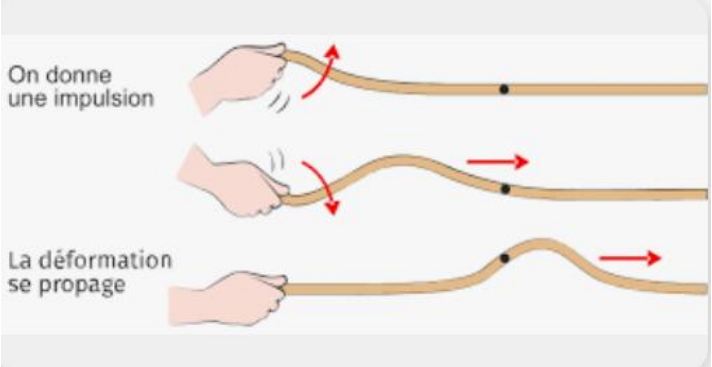
Vagues à la surface de l’eau : la perturbation est l’altitude d’un point de la surface de l’eau par rapport à cette surface en l’absence de vagues. Le milieu est l’eau.

<u>Dominos</u> : la perturbation est le basculement d'un domino.

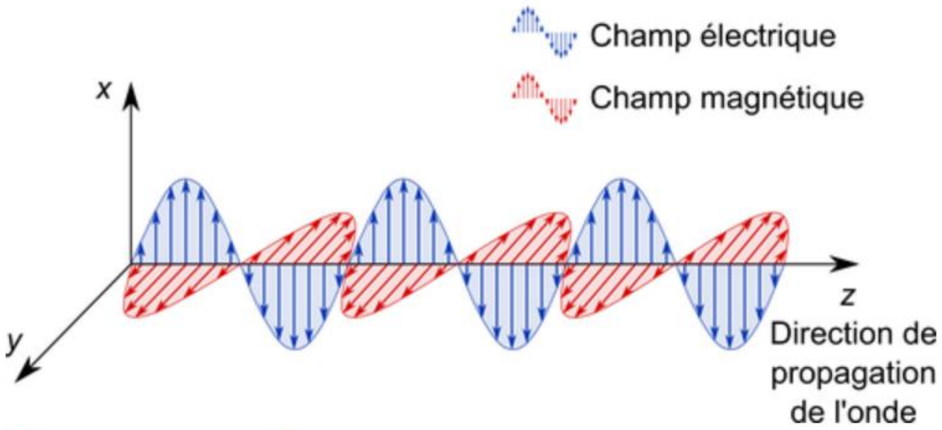
<u>Son pur dans l'air</u> : La perturbation est la variation de pression par rapport à la pression de l'air en l'absence de son. Le milieu est l'air



<u>Onde dans une corde</u> : La perturbation est la position verticale d'un point de la corde. Le milieu est la corde

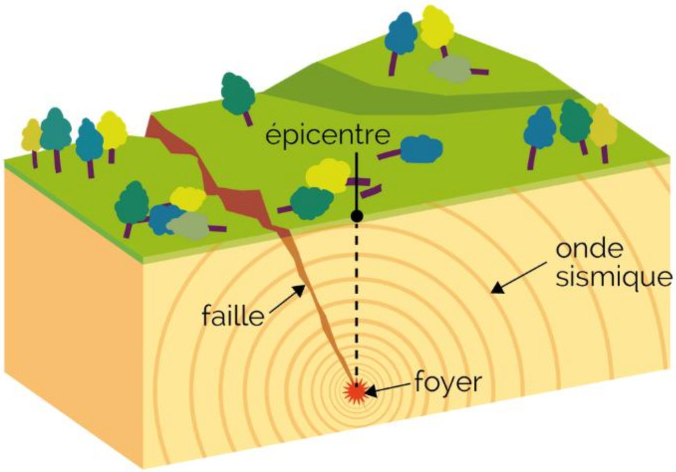


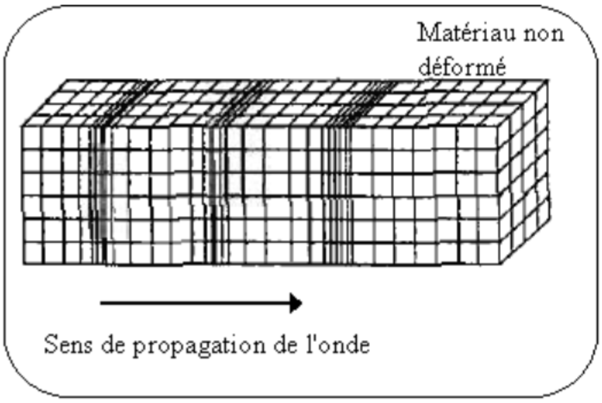
<u>Onde lumineuse monochromatique</u> : La perturbation est un champ électrique et magnétique d'un point de l'espace. Le milieu est le vide ou un milieu transparent.



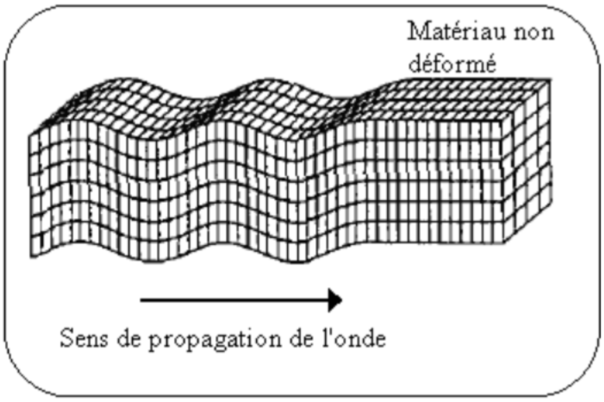
Onde lumineuse polarisée linéairement. L'onde est décrite par des champs électrique et magnétique qui oscillent. L'onde est polarisée verticalement car le champ électrique est toujours vertical.

<u>Onde sismique</u> : La perturbation est le déplacement d'un point de la Terre, soit dans la direction de propagation (Onde de type P, P = Pressure en anglais, pression en français), soit dans un plan perpendiculaire à cette direction (Onde de type S, S = Shear en anglais, cisaillement en français). Le milieu est la Terre.



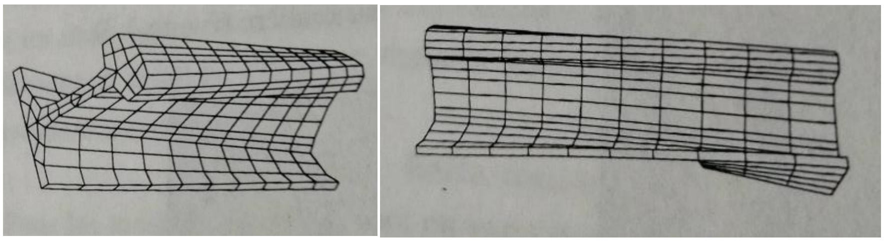


<u>Onde de type P</u>



<u>Onde de type S</u>

Onde dans un rail de voie ferrée : La perturbation est une déformation de la section de rail qui peut s'avérer complexe car elle déforme la section du rail à son passage (gauchissement)



Modélisation du comportement dynamique d'une voie TGV -thèse de L. Gry

3**. Onde propagative sinusoïdale**

C'est une onde pour laquelle le graphique de la perturbation du milieu à un instant quelconque sur un axe situé dans la direction de propagation de l'onde prend la forme d'une sinusoïde.

Ainsi par exemple, pour une vague, l'altitude, à un instant.

Pour une telle onde on peut, moyennant quelques connaissances mathématiques, exprimer la grandeur physique associée à la perturbation (déplacement verticale, horizontal, variation de pression,...) à l'aide d'une fonction sinus ou cosinus :

Préliminaires mathématiques requis :

Une fonction de la forme $f(x) = A\,cos(a\,x + b)$ ou $A\,sin(a\,x + b)$ est périodique de période :

$$T = \frac{2\,\pi}{|a|}$$

Etant donné une fonction f dont la courbe dans un repère orthogonal $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ est $\mathcal{C}_f$ d'équation $y = f(x)$ et de domaine de définition $D_f = [c, d]$ et un nombre réel α alors la fonction g définie par $g(x) = f(x - \alpha)$ a pour domaine de définition $D_g = [c + \alpha, d + \alpha]$ et sa courbe $\mathcal{C}_g$ est l'image de la courbe $\mathcal{C}_f$ par la translation de vecteur $\alpha\,\vec{\imath}$.

Ainsi, si on observe la forme spatiale de l'onde à un instant choisi comme origine avec une perturbation à sa valeur maximale à l'origine de l'espace, alors la grandeur s'exprime sous la forme mathématique :

$$\boxed{f(x, 0) = A\,cos(k\,x)}$$

A tout comme k est un nombre positif appelé **amplitude de l'onde**.

Cette fonction est périodique en espace, c'est à dire en la variable x et sa période, appelée **longueur d'onde** et notée λ, est définie par :

$$\boxed{\lambda = \frac{2\,\pi}{k}}$$

Le nombre de périodes sur 1 unité de longueur est appelé fréquence (spatiale) de l'onde et noté f_S. Il vérifie par définition, l'équation :

$$\boxed{f_S \times \lambda = 1}$$

On en déduit la relation :

$$\boxed{\boldsymbol{f_S = \frac{1}{\lambda} = \frac{k}{2\,\pi}}}$$

k est appelé pour cela **nombre d'onde** car divisé par 2 Pi c'est le nombre d'ondulations que l'on observe à un instant par mètre.

Exemple : si une vague présente 300 ondulations sur 900 m alors sa fréquence spatiale est de 1/3 d'ondulation par mètre (300/900), soit une ondulation pour 3 m, donc sa longueur d'onde est de 3 m et son nombre d'onde est $\frac{2\,\pi}{3}$

Propagation de l'onde :

A un instant $t > 0$ l'onde a progressé de la valeur $\alpha = v\,t$, v étant la vitesse (ou célérité) de l'onde. L'allure spatiale de la perturbation est donc obtenue par la translation de vecteur $\alpha\,\vec{\imath}$ de son allure à l'instant initial. Ainsi :

$$f(x,t) = A\,cos\big(k\,(x-\alpha)\big) = A\,cos(k\;\,x - k\,v\,t)$$

On définit alors la grandeur $\omega = k\,v$ et on l'appelle **pulsation de l'onde.**

La grandeur associée à l'onde s'écrit alors ainsi :

$$\boxed{\boldsymbol{f(x,t) = A\,cos(k\;\,x - \omega\,t)}}$$

Si on observe la perturbation en un point de l'espace donné, donc une valeur de x fixée, alors, la grandeur associée est une fonction sinusoïdale du temps de période (temporelle) :

$$\boxed{\boldsymbol{T = \frac{2\,\pi}{\omega}}}$$

Le nombre de périodes en 1 seconde est appelé fréquence (temporelle) de l'onde et noté f. Il vérifie par définition, l'équation :

$$\boxed{\boldsymbol{f \times T = 1}}$$

On en déduit deux relations utiles :

$$\boxed{\boldsymbol{f = \frac{1}{T} \qquad\qquad T = \frac{1}{f}}}$$

L'unité de la fréquence est le Herz de symbole Hz.

Relation entre période spatiale $\boldsymbol{\lambda}$ et période temporelle $\boldsymbol{T}$:

Exploitons la formule :

$$\omega = k\,v$$

$$\frac{2\,\pi}{T} = \frac{2\,\pi}{\lambda}\,v$$

On en tire :

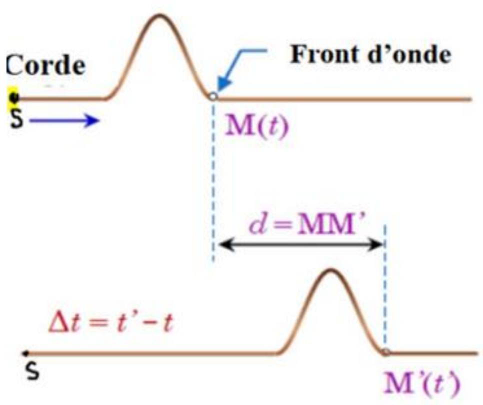
$$\boxed{\boldsymbol{\lambda = v\,T}}$$

Cette relation peut être retrouvée intuitivement. Si un bouchon se trouve à un instant t en haut d'une vague, il y sera à nouveau à l'instant $t + T$. La durée T pendant laquelle il va redescendre puis remonter correspond au temps mis par le front de vague précédant pour l'atteindre à la vitesse v en parcourant la distance λ.

4. Notion de retard

Dans une onde progressive, la perturbation se propage dans une direction et un sens et se retrouve avec retard en un point situé en aval de la direction de propagation.

Exemple avec une onde se propageant le long d'une une corde à la vitesse v :



Si le front d'une onde parvient à un instant t en un point M alors il parviendra en un point M' situé plus loin à un instant $t' > t$ avec un retard τ défini par :

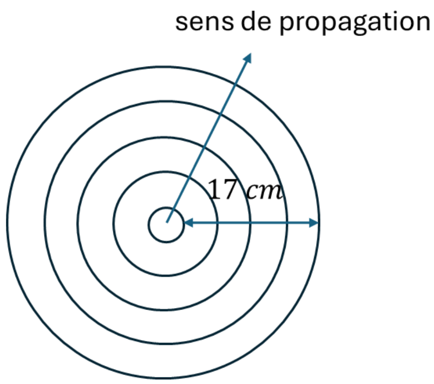
$$\boldsymbol{\tau = t' - t = \frac{MM'}{v}}$$

4. Détermination de la période et de la longueur d'onde d'une onde progressive périodique

a) **Cas d'une onde créée à la surface de l'eau** :

Considérons un robinet qui laisse tomber périodiquement des gouttes d'eau dans un évier plein d'eau à raison de 21 gouttes sur une durée de 10 s. Les gouttes créent une onde progressive circulaire. Les fronts d'onde à un instant donné forment des cercles concentriques espacés d'une longueur d'onde.

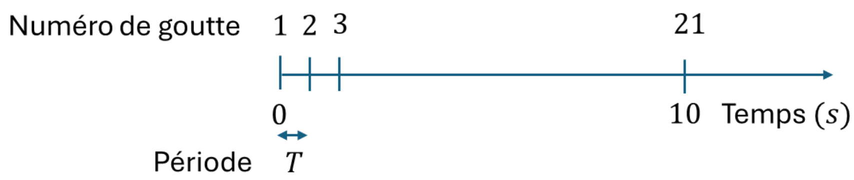
Une simple photo en vue de dessus permet alors de mesurer la longueur d'onde comme le montre l'exemple suivant :



Nous pouvons par exemple mesurer sur une photo 17 cm pour 4 longueurs d'onde, ce qui donne :

$$\lambda = \frac{17}{4} = 4{,}25\ cm$$

La période peut également se déterminer par la fréquence des gouttes, à partir du schéma suivant :



Une durée de 10 s correspond à 20 périodes, donc la période est :

$$T = \frac{10}{20} = 0{,}5\ s$$

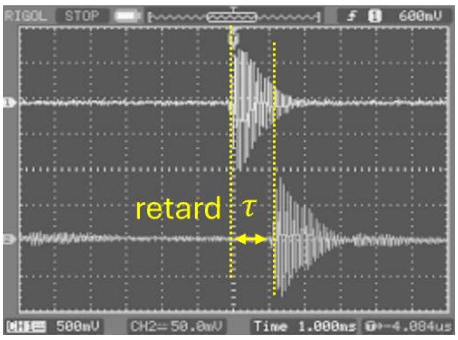
On peut alors aisément en déduire la vitesse de propagation de l'onde :

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{4{,}25}{0{,}5} = 8,5\ cm\ s^{-1}$$

b) **<u>Cas d'une onde sonore</u>** :

Dans ce cas il n'est pas possible de faire une photo de l'onde à un instant donné car une pression ne se visualise pas directement. En revanche, on peut à l'aide d'un micro et d'un système de conversion analogique numérique (CAN) obtenir une image sous forme de tension de la variation de pression acoustique en un point donné.

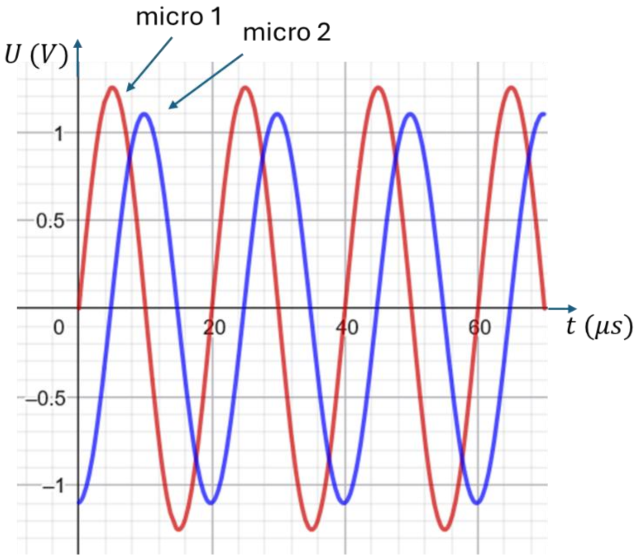
On peut placer deux micros sur un même axe dans la direction de propagation de l'onde et visualiser simultanément sur un écran les signaux générés par ces micros. Si une source sonore émet une salve (un bip), elle sera reçue par le micro le plus proche (voie 1 sur le schéma) en premier puis par le second micro (voie 2) avec un retard de temps τ



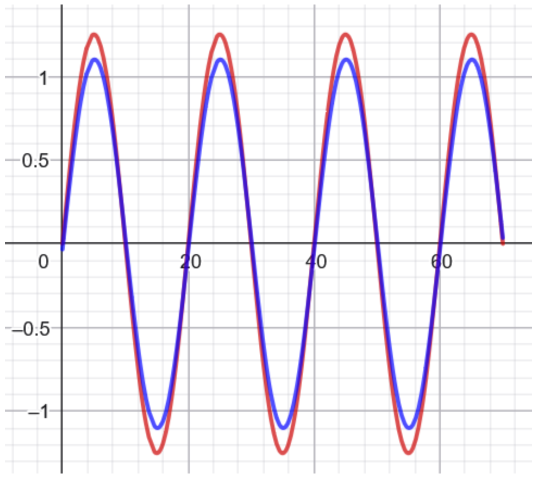
Si la distance entre les micros est d, alors la vitesse de l'onde s'en déduit :

$$v = \frac{d}{\tau}$$

Si l'émetteur produit une onde périodique, par exemple sinusoïdale (son pur), on pourra visualiser simultanément les signaux des deux micros, ce qui donnera pour une distance entre les micros quelconque l'allure suivante :

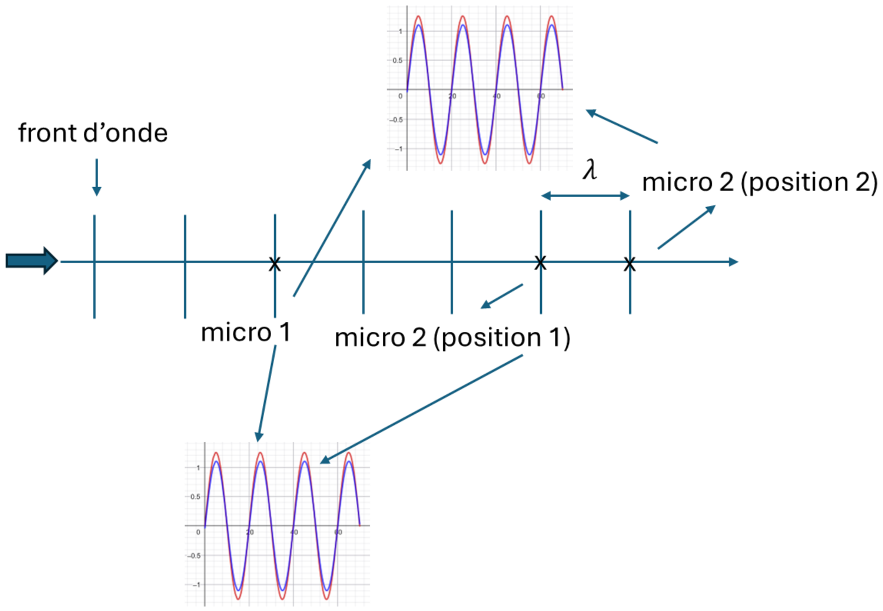


En éloignant le micro 2 du micro 1, on pourra obtenir deux signaux **en phase**, c'est-à-dire à l'allure suivante :



Cela signifie qu'aux deux points où sont situés les micros, les variations de pression atteignent au même moment leurs valeurs maximales , s'annulent au même moment et atteignent au même moment leur valeurs minimales.

En éloignant à nouveau le micro 2 du micro 1, les signaux ne seront alors plus en phase puis le redeviendront. La distance dont il aura fallu déplacer le micro 2 (de la position 1 à la position 2) pour obtenir à nouveau les deux signaux en phase sera alors la longueur d'onde λ.



Dans l'exemple donné, on lit une période de 20 μs pour les signaux des deux micros. S'il a fallu déplacer le micro 2 de 2,5 cm pour obtenir à nouveau les deux signaux en phase, alors la longueur d'onde est de 2,5 cm.

On en déduit alors la vitesse de propagation de l'onde :

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{2{,}5 \times 10^{-2}}{20 \times 10^{-6}} = 1\ 250\ m\ s^{-1}$$

L'onde ne se propage donc pas dans l'air où la vitesse est voisine de 340 $m\ s^{-1}$mais dans un gaz comme le dihydrogène où la vitesse est voisine de 1 270 $m\ s^{-1}$.