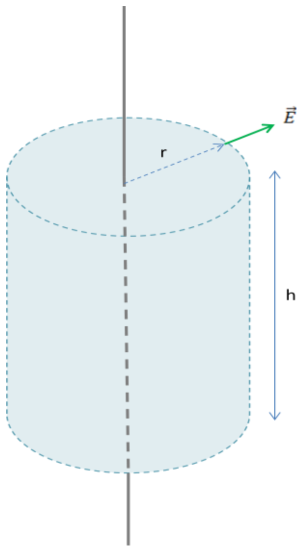
On considère un fil rectiligne infini, uniformément chargé, portant une densité linéique de charge (charge par unité de longueur) $\lambda = dq/dx$.



1) Déterminer le champ électrique créé par ce fil en un point de l'espace en utilisant le théorème de Gauss sur un cylindre approprié de hauteur h (on justifiera soigneusement la valeur de chaque intégrale sur chaque surface du cylindre, orientation du champ électrostatique, etc…)
2) En déduire le potentiel électrostatique V à une distance r du fil.
3) En déduire l'énergie cinétique qu'aurait un électron qui quitterait un fil conducteur parallèle non chargé, depuis une distance r jusqu'à une distance r'

Correction :

1) Désignons par $\vec{n}$ la normale sortante à une des surfaces formant un cylindre de même axe que le fil de rayon r et de hauteur h, par Σ^+ la base supérieure, Σ^- la base inférieure et Σ^L la surface latérale.
Sur Σ^+ et Σ^- le champ électrique est dans le plan de la surface donc la contribution au flux sortant du cylindre de ce champ à travers les surfaces Σ^+ et Σ^- est nulle.
Sur Σ^L le champ est colinéaire et de même sens que la normale et constant en norme sur toute la surface. La contribution au flux sortant est donc :

$$\Phi = E(r) \times 2\,\pi\, r\, h$$

où on a posé : $\vec{E} = E(r)\,\vec{n}$

Or le cylindre enferme la charge :

$$\mathrm{Q} = \lambda\, h$$

D'après le théorème de Gauss :

$$\Phi = \frac{\mathrm{Q}}{\varepsilon_0}$$

On en déduit :

$$\boxed{E(r) = \frac{\lambda}{2\,\pi\,\varepsilon_0\, r}}$$

2)

Le potentiel ne dépendant que de la distance au fil vérifie :

$$\frac{dV}{dr} = -E(r)$$

Soit par intégration et en choisissant la constante d'intégration nulle:

$$\boxed{V = -\frac{\lambda}{2\,\pi\,\varepsilon_0}\, Ln(r)}$$

3)

L'énergie cinétique de l'électron est égale au travail de la force électrostatique soit :

$$E_c = -e\left(V(r) - V(r')\right) = \frac{\lambda\,\mathrm{e}}{2\,\pi\,\varepsilon_0}\ Ln\left(\frac{r'}{r}\right)$$