Gaz de Dieterici-coefficient de dilatation isobare

Un gaz de Dieterici est un gaz obéissant à une équation d'état, pour une mole, du type :

$$P\ (V-b) = R\ T\ exp\left(-\frac{a}{R\ T\ V}\right)$$

a et b étant deux constantes, R la constante des gaz parfaits

1) Appliquer le logarithme népérien à l'équation d'état
2) Différentier l'équation à pression P constante
3) En déduire, en fonction de a, b, R, T, V le coefficient de dilatation isobare :

$$\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

Corrigé

1)

$$P\ (V-b) = R\ T\ exp\left(-\frac{a}{R\ T\ V}\right)$$

$$\boxed{Ln(P) + Ln\ (V-b) = Ln(R) + Ln(T) - \frac{a}{R\ T\ V}}$$

2) Différentions l'expression à pression constante :

$$\frac{dV}{V-b} = \frac{dT}{T} + \frac{a}{R}\left(\frac{d(T\ V)}{(T\ V)^2}\right)$$

$$\frac{dV}{V-b} = \frac{dT}{T} + \frac{a}{R}\left(\frac{V\ dT}{T^2\ V^2} + \frac{T\ dV}{T^2\ V^2}\right)$$

$$\frac{dV}{V-b} - \frac{a}{R\ TV^2}\, dV = \frac{dT}{T}\left(1 + \frac{a}{R\ T\ V}\right)$$

$$dV\ \left(\frac{1}{V-b} - \frac{a}{R\ TV^2}\right) = \frac{dT}{T}\left(1 + \frac{a}{R\ T\ V}\right)$$

$$\alpha = \frac{1}{V}\frac{dV}{dT} = \frac{1}{V\ T}\ \frac{1 + \frac{a}{R\ T\ V}}{\frac{1}{V-b} - \frac{a}{R\ TV^2}}$$

$$\boxed{\alpha = \frac{1 + \frac{a}{R\,T\,V}}{\frac{V\,T}{V - b} - \frac{a}{R\,V}}}$$