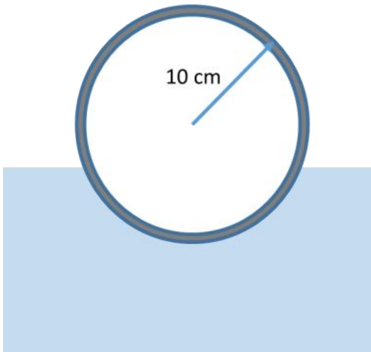
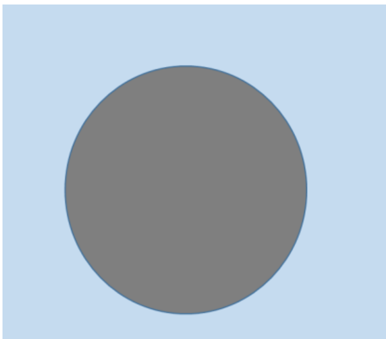
Enoncé :

On considère une sphère d'acier de rayon extérieur 10 cm remplie d'air et que l'on pose à la surface de l'eau.

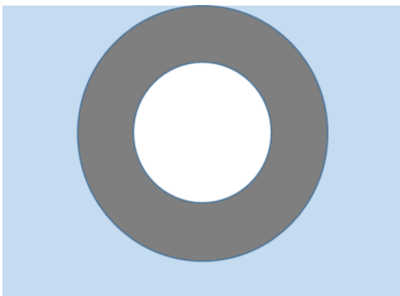
Si la sphère est très mince, on sait par expérience, que la sphère va flotter (principe d'un sous-marin en surface)



Si la sphère est pleine, elle va couler :



Donc, il existe une épaisseur à partir de laquelle la sphère se met à couler.



Déterminer cette épaisseur

Données de masses volumiques : acier : $7,9\ g/cm^3$ **air :** $1,3\ g/L$

Réponse :

La sphère se met à couler si sa masse volumique est supérieure à celle de l'eau, soit $1\ g/cm^3$

Il faut donc exprimer la masse volumique de la sphère en fonction de son épaisseur. Pour cela, commençons par déterminer son volume :

$$V = \frac{4}{3}\,\pi\, R^3 = \frac{4}{3}\,\pi\ \times 10^3 \approx 4189\ cm^3$$

Exprimons ensuite sa masse en négligeant la masse d'air emprisonnée à l'intérieur. Pour cela, il nous faut exprimer le volume occupé par l'acier qui est :

$$V' = \frac{4}{3}\,\pi\, R^3 - \frac{4}{3}\,\pi\, r^3 \approx 4189 - 4{,}189\, r^3$$

où r est le rayon intérieur.

La masse d'acier est alors donnée par la formule :

$$m = \ \rho\, V' = 7{,}9\ (4189 - 4{,}189\, r^3)$$

Et la masse volumique de la sphère est :

$$\rho_S = \frac{m}{V} = \frac{7{,}9\ (4189 - 4{,}189\, r^3)}{4189} = 7{,}9\ (1 - 0{,}001\ \ r^3)$$

Le rayon intérieur à partir duquel la sphère coule est obtenu en résolvant l'équation :

$$7{,}9\ (1 - 0{,}001\ \ r^3) = 1$$

Soit :

$$7{,}9 - 0{,}0079\, r^3 = 1$$

$$7{,}9 - 1 = 0{,}0079\, r^3$$

$$6{,}9 = 0{,}0079\, r^3$$

$$r^3 = \frac{6{,}9}{0{,}0079} \approx 873$$

Donc

$$r = 873^{\frac{1}{3}} \approx 9{,}56\ cm$$

L'épaisseur cherchée est donc :

$$10 - 9{,}56 = 0{,}44\ cm$$