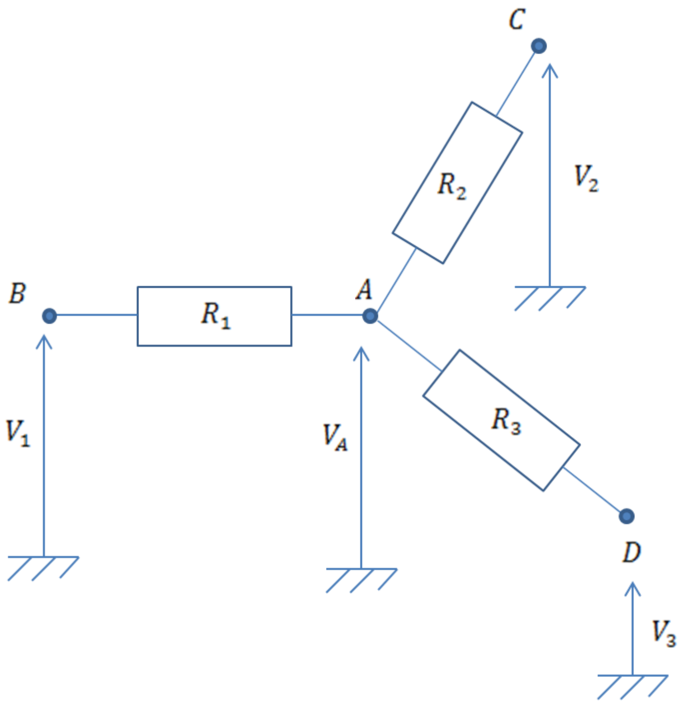
Préliminaire : Théorème de Millman

Soit un réseau de trois résistors aboutissant à un même nœud A tel que défini par la figure ci-dessous :



1) En appliquant la loi du nœud A pour les intensités qui y aboutissent, montrer que l'on a :

$$V_A = \frac{G_1\,V_1 + G_2\,V_2 + G_3\,V_3}{G_1 + G_2 + G_3}$$

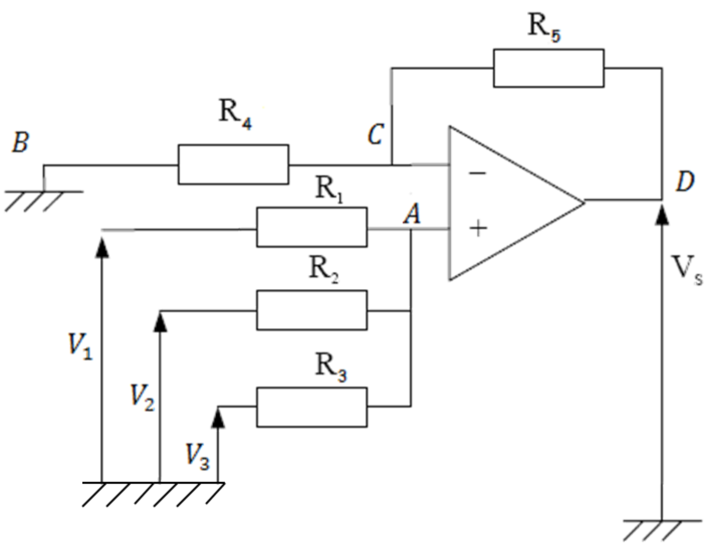
Où G_1, G_2, G_3 désignent les conductances :

$$G_i = \frac{1}{R_i} \quad ,i = 1 \text{ à } 3$$

2) Généraliser cette relation à n résistances aboutissant au nœud A

Amplificateur opérationnel sommateur

Soit le circuit suivant :



L'amplificateur étant considéré comme idéal, on peut considérer face aux autres potentiels que l'on a :

$$V_A - V_C = 0$$

et les courants i^+ et i^-entrant respectivement aux bornes + et − de l'amplificateur différentiel sont négligeables (donc considérés comme nuls) face aux autres courants.

1) En appliquant le théorème de Millman vu à l'exercice 1) exprimer V_A en fonction de V_1, V_2, V_3 et des conductances G_1, G_2, G_3 associées respectivement aux résistances R_1, R_2, R_3
2) En notant que la branche $B - C - D$ du circuit est un pont diviseur de tension, exprimer V_C en fonction de R_4, R_5 et $V_s = V_D$
3) En déduire la tension de sortie V_s en fonction de $V_1, V_2, V_3, R_1, R_2, R_3$
4) Quelle condition faut il avoir sur R_1, R_2, R_3 pour que V_s soit de la forme :

$$V_s = k \ (V_1 + V_2 + V_3)$$

Donner alors dans ce cas la valeur de k et quelle relation doit il y avoir entre R_4 et R_5 pour obtenir une valeur de k égale à 10

Corrigé

<u>Préliminaire</u>

1) Notons I_1, I_2, I_3 les intensités traversant respectivement R_1, R_2, R_3 et aboutissant au nœud A. La loi du nœud donne :

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

Soit :

$$G_1 (V_1 - V_A) + G_2 (V_2 - V_A) + G_3 (V_3 - V_A) = 0$$

$$G_1 V_1 + G_2 V_2 + G_3 V_3 = (G_1 + G_2 + G_3) V_A$$

d'où :

$$V_A = \frac{G_1 V_1 + G_2 V_2 + G_3 V_3}{G_1 + G_2 + G_3}$$

2) Pour n résistances cela donne :

$$V_A = \frac{G_1 V_1 + G_2 V_2 + \cdots + G_n V_n}{G_1 + G_2 + \cdots + G_n}$$

<u>Amplificateur sommateur</u>

1) Le théorème de Millman appliqué au nœud A donne :

$$V_A = \frac{G_1 V_1 + G_2 V_2 + G_3 V_3}{G_1 + G_2 + G_3}$$

2) Par appliquant de la règle du pont diviseur de tension , on a :

$$U_{BC} = \frac{R_4}{R_4 + R_5} U_{BD}$$

Donc :

$$V_C - V_B = \frac{R_4}{R_4 + R_5} (V_D - V_B)$$

sachant $V_B = 0$ soit :

$$\boxed{V_C = \frac{R_4}{R_4 + R_5} V_S}$$

3) Ecrivons l'égalité de V_A et V_C

$$\frac{R_4}{R_4 + R_5} V_S = \frac{G_1 V_1 + G_2 V_2 + G_3 V_3}{G_1 + G_2 + G_3}$$

On en tire :

$$V_S = \frac{R_4 + R_5}{R_4} \frac{G_1 V_1 + G_2 V_2 + G_3 V_3}{G_1 + G_2 + G_3}$$

Soit :

$$\boxed{V_S = \frac{R_4 + R_5}{R_4} \frac{\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}}$$

4) La condition est :

$$R_1 = R_2 = R_3$$

Dans ce cas :

$$\boxed{V_S = \frac{R_4 + R_5}{3\, R_4} \left(V_1 + V_2 + V_3\right)}$$

Le gain d'amplification est donc :

$$k = \frac{R_4 + R_5}{3\, R_4}$$

et pour qu'il soit égal à 10 il faut avoir :

$$\frac{R_4 + R_5}{3\, R_4} = 10$$

Soit :

$$\boxed{R_5 = 29\, R_4}$$