

Circuits électriques

Un circuit électrique est un assemblage de divers composants, dont l'un au moins est un générateur comme une pile ou bien un générateur de courant variable (alternatif ou autre). Différents types de composants existent, dipôles, quadripôle, ... Nous allons nous limiter ici à l'étude des circuits formés de dipôles.

I Dipôles électriques :

1) Généralités :

Un dipôle électrique est un composant comportant deux bornes. On le représente de façon générale sous la forme :

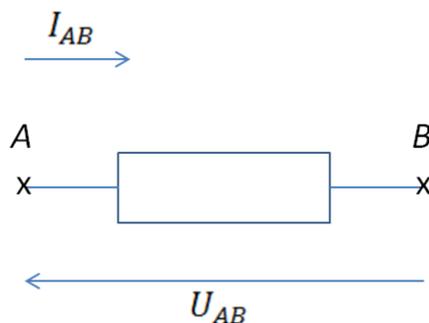


On définit pour un dipôle, les valeurs algébriques de tension et d'intensité :

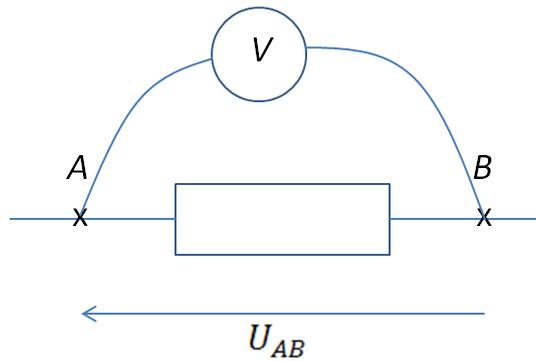
$$U_{AB} = V_A - V_B = -U_{BA}$$

$$I_{AB} = -I_{BA}$$

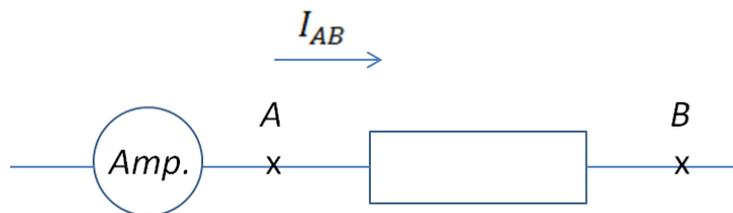
On indique le sens de lecture par une flèche sur le schéma, laquelle ne présume en rien du sens réel du courant et du signe de la tension considérée.



Quand un dipôle est en fonctionnement dans un circuit alimenté par un ou des générateurs de courant continu, la tension U_{AB} peut être mesurée par un voltmètre monté en dérivation :



et l'intensité I_{AB} peut être mesurée par un ampèremètre monté en série.



Les deux instruments peuvent être un même galvanomètre à cadre mobile. Dans l'utilisation en voltmètre, la bobine du cadre est mise en série avec une très forte résistance par rapport à celles du circuit, dérivant ainsi un courant négligeable par rapport aux courants du circuit. Dans l'utilisation en ampèremètre, elle est mise en série avec et une faible résistance par rapport à celles du circuit, et la chute de potentiel entre la borne d'entrée du courant et la borne de sortie est négligeable.

Lorsque un circuit est alimenté par un ou des générateurs de courant sinusoïdaux de même pulsation, ce sont seulement des valeurs efficaces sur lesquelles nous reviendrons qui peuvent être mesurées par appareil pouvant généralement remplir les mêmes fonctions de voltmètre et d'ampèremètre.

Pour une alimentation avec des générateurs quelconque (générateurs de tension crêteaux par exemple), il est plus commode de visualiser la tension et l'intensité instantanées à l'aide d'un oscilloscope. Pour la mesure de la tension, il suffit de relier le point A à la voie Y et le point B à la masse de l'oscilloscope. Pour la mesure de l'intensité, il faut monter une résistance faible en série et visualiser la tension à ses bornes, laquelle est proportionnelle à l'intensité la traversant selon la loi d'Ohm citée plus loin.

A toute intensité I_{AB} correspond une unique valeur U_{AB} . On appelle caractéristique du dipôle, la courbe représentative de la fonction :

$$U_{AB} = f(I_{AB})$$

C'est donc une courbe expérimentale.

Voyons à présent les dipôles électriques les plus fréquemment rencontrés, ainsi que leur caractéristique.

2) Le résistor :

Le résistor est le dipôle électrique le plus simple. Il est constitué d'un système le plus souvent homogène pouvant être à l'état solide (matériau métallique ou semi-conducteur), liquide ou gazeux. Sa caractéristique dans le domaine où il est couramment utilisé est une droite passant par l'origine. La pente de cette droite est appelée résistance. Ainsi :

$$U_{AB} = R I_{AB}$$

Cette relation est qualifiée de loi d'Ohm et un dipôle la vérifiant, de résistor ou conducteur ohmique.

Exemple de conducteurs ohmiques :

- Résistance électrique d'un grille-pain, d'un fer à repasser, d'un radiateur électrique
- Filament d'une lampe à incandescence
- Gaz d'un tube néon
- Electrolyte situé entre deux plaques d'un électrolyseur

Le symbole d'un résistor est souvent :

Une boîte rectangulaire



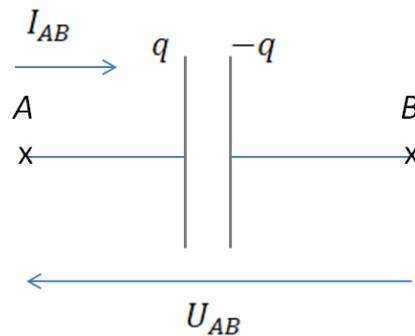
mais aussi, plus proche de la réalité, un fil en zig-zag :



Toutefois, le premier symbole est souvent préféré pour ne pas le confondre avec celui d'une inductance, très proche du précédent (en forme de ressort)

3) Le condensateur :

Le condensateur, décrit dans le fichier du même nom, peut être plan ou autre. Il est décrit par le symbole :



Par définition de l'intensité, on a, en désignant par q la charge de l'armature sur laquelle l'intensité choisie conventionnellement débouche :

$$I_{AB} = \frac{d q}{d t}$$

Or, à l'équilibre ($I_{AB} = 0$), tension et charge d'un condensateur sont reliées par la relation :

$$q = C U_{AB}$$

C est la capacité du condensateur (en Farhad, symbole F) et peut être mesurée à l'aide d'un galvanomètre balistique (voir fichier à ce sujet).

Des observations à l'oscilloscope, en imposant une tension sinusoïdale au condensateur, montrent que valeurs instantanées de I_{AB} et de U_{AB} sont en quadrature (I_{AB} et U_{AB} sont décalées d'un quart de période et I_{AB} est en avance) et conduisent à une loi de la forme :

$$I_{AB} = C' \frac{d U_{AB}}{d t}$$

C' peut alors être mesurée en visualisant la courbe de charge d'un circuit mettant en série un résistor de résistance connue, un condensateur et un générateur de force électromotrice et de résistance interne connue. On constate alors que :

$$C' = C$$

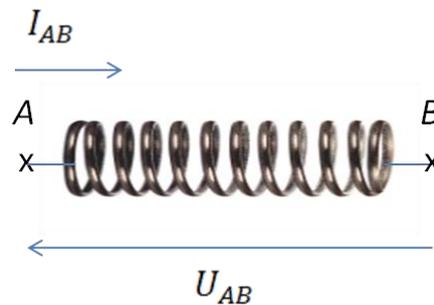
A noter que le sens conventionnel choisi pour la lecture de l'intensité est arbitraire. Ainsi, pour un choix inverse, nous avons, compte tenu de $U_{BA} = -U_{AB}$ et $I_{BA} = -I_{AB}$:

$$-q = C U_{BA}$$

$$I_{BA} = C' \frac{d U_{BA}}{dt}$$

4) La self ou inductance :

L'inductance est une bobine, enroulée éventuellement autour d'un matériau ferro-magnétique. Elle est décrite par le symbole :



Des observations à l'oscilloscope associées à la loi de Faraday conduisent à une relation intensité – tension de la forme :

$$U_{AB} = r I_{AB} + L \frac{d I_{AB}}{dt}$$

r est appelée résistance interne de l'inductance et L , inductance (en Henry, symbole H)

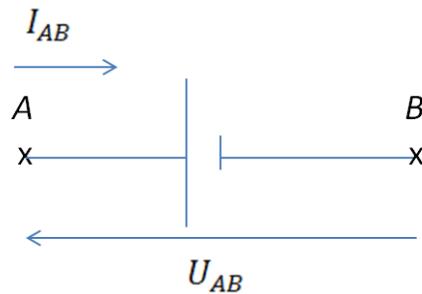
Notons là encore, que le sens de lecture de l'intensité et de la tension sont arbitraires. Ainsi dans le sens contraire, la loi s'exprime de façon identique :

$$U_{BA} = r I_{BA} + L \frac{d I_{BA}}{dt}$$

5) Les générateurs:

- Générateur de courant continu de force électromotrice donnée (ex : piles, batteries)

Le symbole le plus courant est :



Les générateurs occupant une place privilégiée dans un circuit, puisque ce sont eux qui sont responsables de l'apparition de courants dans les circuits fermés, on définit le plus souvent la loi d'un générateur de façon non algébrique, en établissant la relation entre la tension U entre la borne + et la borne - et l'intensité qui sort de la borne + s'il n'y a par exemple qu'un seul générateur. La loi est alors, en remplaçant U_{AB} par U et I_{AB} par $-I$

$$U = e - r I$$

r est appelée résistance interne du générateur et e est sa force électromotrice (ou tension à vide, c'est-à-dire lorsque $I = 0$). Force électromotrice, en abrégé, fém, et résistance interne se mesurent en établissant la caractéristique du générateur.

Cette relation, où on a $U > 0, I > 0$ montre clairement qu'en fonctionnement $U < e$.

La tension délivrée par un générateur à un circuit fermé est donc toujours inférieure à sa fém. L'écart est dû à la résistance opposé au déplacement des porteurs de charge, principalement les ions de l'électrolyte dans une pile.

- Générateur de courant variable :

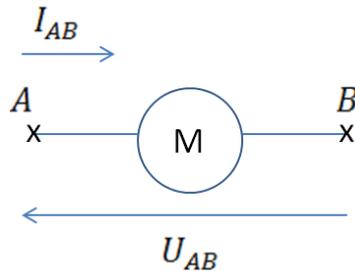
La loi s'exprime de façon semblable au cas continu :

$$U_{AB} = e - r I_{BA}$$

sauf que la force électromotrice e est variable et peut éventuellement changer de signe, comme dans le cas des générateurs de tension sinusoïdale.

6) Les moteurs

Le symbole le plus courant est :



Plaçons nous d'abord dans le cas d'un moteur à courant continu et supposons le choix des bornes telles que $U_{AB} = U > 0, I_{AB} = I > 0$. La loi tension-intensité est alors de la forme :

$$U = r I + e'$$

r est appelée résistance interne du moteur et e' est sa force contre-électromotrice. La force contre-électromotrice, en abrégé, $fcém$, dépend de la vitesse de rotation du moteur. La résistance interne se mesure par exemple en empêchant le moteur de tourner (vitesse de rotation nulle) et en mesurant tension et intensité après avoir mis un résistor de résistance connue en série pour limiter l'effet Joule et éviter de griller le moteur.

Pour un moteur plus général, la loi est similaire

$$U_{AB} = r I_{AB} + e'$$

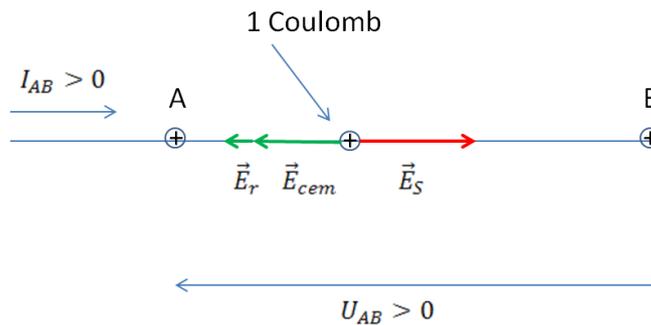
mais e' est variable

III Loi générale d'un dipôle actif ou passif :

La relation tension-intensité pour les dipôles actifs et passifs tels que générateurs, résistors, self, et moteurs peut se mettre sous une forme synthétique générale :

$$U_{AB} = R I_{AB} - e_{AB}$$

Illustrons le sens physique de cette formule dans l'exemple d'un moteur.



Afin de faciliter la compréhension de la formule, nous considérerons que le courant électrique est le fait de particules d'électricité positive qui se déplacent dans le sens inverse des électrons, ce qui revient au même du point de vue des transferts de charge se produisant dans le circuit. Considérons pour cela une petite sphère contenant une quantité d'électricité positive mobile fictive porteuse d'une charge de 1 coulomb qui traverse le moteur de sa borne d'entrée A à sa borne de sortie B , ces deux dernières étant choisies telles que l'on ait : $U_{AB} > 0, I_{AB} > 0$. L'intensité, lue dans un sens, ayant la même valeur en tous les points du circuit, cela se traduit pour notre petite sphère, par le fait que son énergie cinétique reste constante. Donc les forces qui s'y appliquent se compensent. Or ces forces sont au nombre de trois :

- Une force \vec{E}_S qui est la force électrostatique résultant de la tension appliquée aux bornes de ce moteur par une pile par exemple.
- Une force d'origine électromagnétique \vec{E}_{cem} qui s'oppose au déplacement de la sphère (elle est qualifiée pour cela de contre-électromotrice) , trouve sa source dans le mouvement mécanique du moteur et dépend linéairement de la vitesse de rotation du moteur (voir exercice du rail de Laplace à ce sujet)
- Une force de friction \vec{E}_f liée à la résistance opposée par les atomes du milieu conducteur.

Ainsi :

$$\vec{E}_S + \vec{E}_{cem} + \vec{E}_f = \vec{0}$$

Intégrons alors cette relation entre les points A et B , le long d'une ligne de courant, lieu de toutes les positions occupées par la sphère pendant son trajet de A à B :

$$\int_{A \rightarrow B} \vec{E}_S \cdot d\vec{l} + \int_{A \rightarrow B} \vec{E}_{cem} \cdot d\vec{l} + \int_{A \rightarrow B} \vec{E}_f \cdot d\vec{l} = 0$$

Or :

$$\int_{A \rightarrow B} \vec{E}_S \cdot d\vec{l} = U_{AB}$$

$$\int_{A \rightarrow B} \vec{E}_{cem} \cdot d\vec{l} = e_{AB}$$

Pour la dernière intégrale, on peut montrer qu'elle dépend linéairement de l'intensité. Ainsi, compte tenu du fait que $\vec{E}_{cem} \cdot d\vec{l} < 0$:

$$\int_{A \rightarrow B} \vec{E}_f \cdot d\vec{l} = -r I_{AB}$$

D'où :

$$U_{AB} + e_{AB} - r I_{AB} = 0$$

$$U_{AB} = r I_{AB} - e_{AB}$$

U_{AB} s'interprète donc physiquement comme étant le travail du champ électrostatique du point A au point B et e_{AB} le travail du champ contre électromoteur du point A au point B et $-r I_{AB}$ le travail résistant donc de signe négatif, des forces de friction agissant sur le sphère dans son trajet du point A au point B .

Voyons maintenant les différentes expressions de e_{AB} pour les types de dipôles concernés :

- pour un résistor : $e_{AB} = 0$
- pour une self :

$$e_{AB} = -L \frac{d I_{AB}}{dt}$$

- pour un générateur :

$$|e_{AB}| = fém$$

$$-e_{AB} I_{AB} < 0$$

Le signe moins traduit que le générateur délivre de la puissance électrique au circuit (à ses porteurs de charge)

- pour un moteur :

$$|e_{AB}| = f c \epsilon m$$

$$-e_{AB} I_{AB} > 0$$

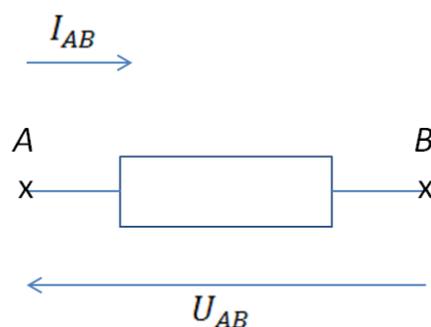
Le signe plus traduisant que le moteur absorbe de la puissance électrique au circuit (à ses porteurs de charge, les électrons qui traversent ses bobines le plus souvent) qui est convertie en puissance mécanique pour la plus grande part et puissance dissipée non utilisable (pertes dites « fers » dans les éléments en fer du moteur par courants induits notamment)

III Bilan de puissance dans les dipôles :

1) Dipôles passifs

Les résistors, les condensateurs et les inductances forment des dipôles passifs. Ils ne peuvent produire de l'énergie électrique, à moins d'en avoir emmagasiné pour les deux derniers.

Reprenons la description générale d'un dipôle passif :



Considérons le système formé par le dipôle. Pendant un temps infinitésimal dt , le travail des forces électrostatiques sur les porteurs de charge mobiles du système ne dépendant pas du chemin suivi, il est égal au travail nécessaire pour transporter la quantité de charge $I_{AB} dt$ du point A au point B , soit :

$$\delta W = I_{AB} dt U_{AB}$$

La puissance associée à ce travail est alors :

$$P = \frac{\delta W}{dt} = U_{AB} I_{AB}$$

Or, dans la modélisation des circuits électriques dite des états quasi-stationnaires, on considère que les porteurs de charge à l'entrée et à la sortie du dipôle ont la même vitesse. Leur énergie cinétique ne varie pas et donc la puissance des forces électrostatiques agissant sur les porteurs de charge d'un dipôle passif est compensée par la puissance des forces autres que les forces électrostatiques exercées par le dipôle sur ces porteurs. Voyons en une interprétation pour les différents dipôles étudiés :

- Résistor de résistance R

$$P = U_{AB} I_{AB} = R I_{AB}^2 = \frac{U_{AB}^2}{R}$$

Le signe positif de cette puissance s'interprète ainsi : Les forces autres que les forces électrostatiques sont les forces de freinage exercées par les constituants du dipôle sur les porteurs de charge . La puissance P' de ces forces est donc négative. Le bilan de conservation d'énergie pour les porteurs de charge du dipôle s'écrit alors :

$$P + P' = 0$$

La puissance échangée par le dipôle avec ses porteurs de charge est donc :

$$-P' = P > 0$$

D'après le premier principe de la thermodynamique, en notant E , l'énergie interne du dipôle :

$$P = \frac{dE}{dt}$$

Cette puissance électrique se traduit donc en augmentation d'énergie interne du dipôle, lequel échange ensuite de l'énergie avec l'environnement sous forme de chaleur et de rayonnement pour retrouver son équilibre thermique. Cet effet est qualifié d'effet Joule.

- Condensateur de capacité C

$$P = U_{AB} I_{AB} = U_{AB} C \frac{dU_{AB}}{dt} = \frac{d\left(\frac{1}{2} C U_{AB}^2\right)}{dt}$$

Par le même raisonnement que précédemment, nous en déduisons :

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d\left(\frac{1}{2} C U_{AB}^2\right)}{dt}$$

On est ainsi amené à définir une énergie potentielle électrostatique pour un condensateur comme étant :

$$E_{cond} = \frac{1}{2} C U_{AB}^2$$

La charge d'un condensateur jusqu'à ce qu'à obtenir une tension inter-armatures donnée se traduit donc en terme d'une énergie emmagasinée par le condensateur et donc restituable à la différence de l'énergie associée à l'effet Joule et dissipée en énergie microscopique désordonnée.

- Self d'inductance L

$$P = U_{AB} I_{AB} = \left(r I_{AB} + L \frac{dI_{AB}}{dt} \right) I_{AB} = r I_{AB}^2 + \frac{d\left(\frac{1}{2} L I_{AB}^2\right)}{dt}$$

Cette puissance est composée de deux termes :

- $r I_{AB}^2$ est une puissance non restituable car toujours positive, elle correspond à la dissipation par effet Joule dans la self.
- Le second terme est associé à une énergie potentielle d'origine électromagnétique restituable :

$$E_{self} = \frac{1}{2} L I_{AB}^2$$

- Moteur de force contre-électromotrice e'

$$P = U_{AB} I_{AB} = (r I_{AB} - e_{AB}) I_{AB} = r I_{AB}^2 - e_{AB} I_{AB}$$

avec :

$$e' = |e_{AB}|$$

La force contre-électromotrice e' est la conséquence d'une force de freinage opérée par le moteur sur les porteurs de charge (électrons) qui traversent ses bobines. Le moteur absorbe donc une puissance fournie par ses porteurs de charge mobiles qui est :

$$P_{abs} = -e_{AB} I_{AB} = e' |I_{AB}| > 0$$

C'est cette puissance qui est convertie en puissance mécanique au prix de pertes inévitables mais pouvant être réduites au maximum (feuillage des fers par exemple)

2) Dipôles actifs

Les dipôles actifs peuvent fournir de l'énergie autre que celle qu'ils auraient emmagasinée auparavant comme dans le cas des selfs et les condensateurs. Ce sont les générateurs qui peuvent présenter toutes sortes de profil de forces électromotrices, variables ou non dans le temps. On a alors :

$$U_{AB} I_{AB} = (r I_{AB} - e_{AB}) I_{AB} = r I_{AB}^2 - e_{AB} I_{AB}$$

La puissance est formée de deux termes :

- $r I_{AB}^2$ est une puissance non restituable car toujours positive, elle correspond à la dissipation par effet Joule dans le dipôle actif.
- $(- e_{AB} I_{AB} = -e |I_{AB}|)$ est de signe négatif et correspond donc à la puissance fournie par le générateur aux dipôles passifs du circuit qu'il alimente.

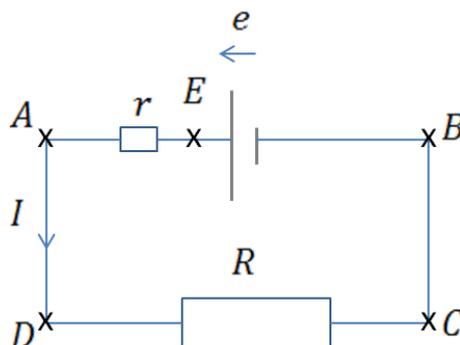
3) Bilan de puissance dans un circuit électrique

Le bilan exprime la conservation de l'énergie du circuit et s'exprime par :

La somme des puissances fournies par les dipôles actifs d'un circuit est égale à la somme des énergies dissipées par effet Joule et des puissances associées aux énergies potentielles des self et des condensateurs du circuit.

Exemple :

- 1) Circuit simple formé par un résistor de résistance R alimenté par une pile de fém e et de résistance interne r



Le générateur de bornes A et B est schématisé par un générateur idéal de résistance interne nulle mis en série avec un résistor de résistance r

Les portions AD et BC modélisent les fils de connexion dont la résistance peut être négligée pourvu qu'ils ne soient pas trop longs devant les dimensions des dipôles (ce ne serait pas le cas pour un circuit comprenant une source de tension depuis un transformateur jusqu'aux dipôles d'une installation domestique).

Le bilan de puissance pour notre circuit est donc :

$$e I = r I^2 + R I^2$$

A noter qu'il se retrouve aisément en appliquant la loi d'additivité des tensions présentées plus loin.

$$U_{EB} = U_{EA} + U_{AD} + U_{DC} + U_{CB}$$

soit :

$$e = r I + 0 + R I + 0$$

qu'il suffit de multiplier par I pour retrouver le bilan de puissance.

III Loi d'additivité des tensions- loi des nœuds-loi des mailles

1) Additivité des tensions :

Etant donnés trois points quelconques A, B, C d'un circuit électrique. En mesurant les différentes tensions possibles entre ces points à l'aide d'un voltmètre, on constate que :

$$U_{AB} = U_{AC} + U_{CB}$$

Cela n'est pas sans rappeler la relation de Chasles pour les vecteurs.

2) Loi des mailles :

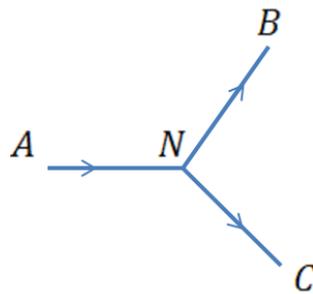
Une maille est un ensemble de dipôles connectés les uns aux autres en série en un circuit fermé mais éventuellement connectés à d'autres dipôles, ce qui signifie que l'intensité n'est pas forcément la même en tout point d'une maille.

3) Loi des nœuds :

Un nœud d'un circuit est un point sur lequel se connectent plusieurs branches du circuit.

Prenons l'exemple d'un nœud en lequel se connectent trois branches. Il y a alors deux points de vue sur le sujet.

Le premier consiste simplement à se dire que la somme des intensités (conventionnelles donc sans préjuger de leur signe) parvenant au nœud est égale à la somme de celles qui en partent



Ainsi, sur le schéma, nous voyons que l'intensité de A vers N se partage en une intensité de N vers B et une de N vers C . Nous écrivons alors simplement :

$$I_{AN} = I_{NB} + I_{NC}$$

Mais cette relation peut être réécrite sous la forme :

$$I_{AN} + I_{BN} + I_{CN} = 0$$

C'est souvent sous cette dernière forme qu'on exprime la loi des nœuds :

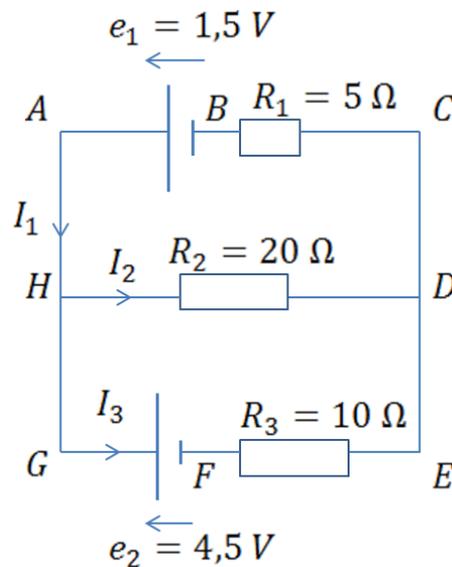
La somme des intensités (algébriques) parvenant en un nœud d'un circuit est nulle.

IV Etude générale des circuits électriques formés de dipôles

1) Résolution systématique générale

Considérons un circuit comprenant des dipôles tels que ceux décrits précédemment. Alors

la loi des nœuds et la loi des mailles fournit un nombre d'équations suffisant pour déterminer les intensités en tous les points du circuit ainsi que les tensions entre toutes les bornes. Illustrons-le sur un exemple constitué d'un générateur et de résistors.



Nous pouvons identifier deux mailles indépendantes : la maille : $A - B - C - D - H - A$ et la maille : $H - D - E - F - G - H$ ainsi qu'un nœud indépendant, le nœud H par exemple.

La loi pour chaque maille s'exprime ainsi :

$$U_{AB} + U_{BC} + U_{CD} + U_{DH} + U_{HA} = 0$$

$$U_{HD} + U_{DE} + U_{EF} + U_{FG} + U_{GH} = 0$$

Soit en faisant apparaître la loi tension-intensité de chaque dipôle :

$$e_1 - R_1 I_1 + 0 - R_2 I_2 + 0 = 0$$

$$R_2 I_2 + 0 - R_3 I_3 - e_2 + 0 = 0$$

Soit en mettant sous forme d'un système dont les inconnues sont les intensités et le second membre les fém :

$$\begin{cases} R_1 I_1 + R_2 I_2 = e_1 \\ R_2 I_2 - R_3 I_3 = e_2 \end{cases}$$

Ce système ne peut être résolu que si on dispose d'une équation supplémentaire et c'est précisément la loi du nœud H qui la fournit :

$$I_1 = I_2 + I_3$$

Le système devient alors, numériquement :

$$\begin{cases} 5 I_1 + 20 I_2 = 1,5 \\ 20 I_2 - 10 I_3 = 4,5 \\ I_1 = I_2 + I_3 \end{cases}$$

La résolution conduit à :

$$\begin{cases} I_1 = -\frac{18}{140} \approx -0,13 \text{ A} \\ I_2 = \frac{15}{140} \approx 0,11 \text{ A} \\ I_3 = -\frac{33}{140} \approx -0,24 \text{ A} \end{cases}$$

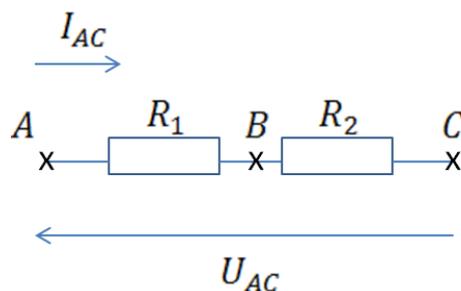
Nous voyons que les sens conventionnels adoptés pour les courants ne correspondent pas toujours au sens dans lesquels ils sont positifs. On pouvait d'ailleurs s'y attendre, car la pile de 4,5 V qui est la plus forte fonctionne en générateur et donc $I_3 < 0$. A noter que la pile de 1,5 V fonctionne en récepteur et non en générateur car le courant arrive à sa borne positive au lieu d'en sortir.

2) Dipôle équivalent pour une association en série ou en parallèle

Afin de simplifier l'étude des circuits et éviter la résolution d'un système pouvant être lourds sur les intensités du circuit avec en second membre les forces électromotrices, on définit des dipôles équivalents pour des associations de dipôle en série ou en parallèle.

- Association de résistors en série :

Considérons deux résistors de résistances respectives R_1 et R_2 connectés en série selon le schéma :



Si on regarde l'ensemble des deux dipôles comme un dipôle unique de bornes A et B appelé dipôle équivalent, nous pouvons déduire sa caractéristique en fonction de celles des deux dipôles comme suit :

La loi d'additivité des tensions s'écrit :

$$U_{AC} = U_{AB} + U_{BC}$$

L'intensité qui traverse les deux dipôles étant la même, la loi tension intensité de chaque dipôle s'écrit :

$$U_{AB} = R_1 I_{AC}$$

$$U_{BC} = R_2 I_{AC}$$

On en déduit :

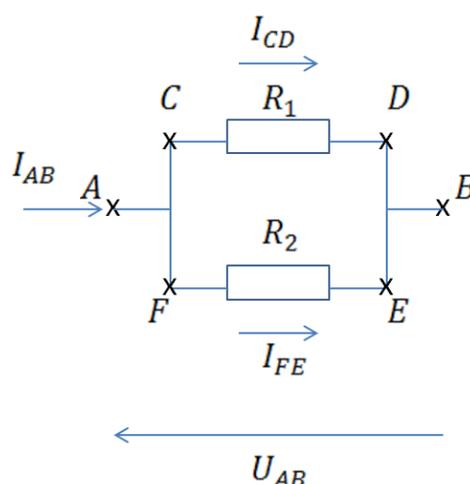
$$U_{AC} = (R_1 + R_2) I_{AC}$$

Le dipôle équivalent est donc un résistor de résistance dite équivalente :

$$R = R_1 + R_2$$

- Association de résistors en parallèle :

Considérons deux résistors de résistances respectives R_1 et R_2 connectés en parallèle selon le schéma :



Si on regarde l'ensemble des deux dipôles comme un dipôle unique de bornes A et B appelé dipôle équivalent, nous pouvons déduire sa caractéristique en fonction de celles des deux dipôles comme suit :

La loi du nœud A s'écrit :

$$I_{AB} = I_{CD} + I_{FE}$$

La tension aux bornes deux dipôles étant la même, la loi tension intensité de chaque dipôle s'écrit :

$$U_{AB} = U_{CD} = R_1 I_{CD}$$

$$U_{AB} = U_{FE} = R_2 I_{FE}$$

On en déduit :

$$I_{AB} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) U_{AB} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} U_{AB}$$

Soit :

$$U_{AB} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I_{AB}$$

Le dipôle équivalent est donc un résistor de résistance dite équivalente :

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

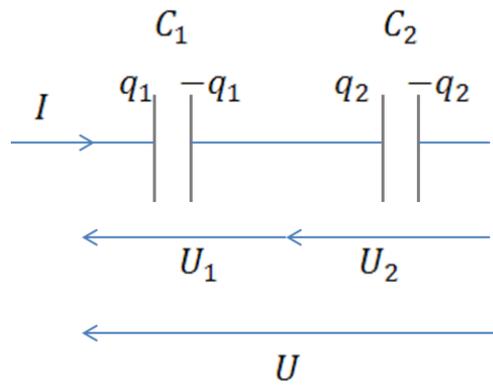
On définit une grandeur appelée conductance et qui est l'inverse de la résistance. Dans ce cas la formule avec les conductances est plus aisée à retenir :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Nous retiendrons qu'en série, les résistances s'ajoutent et en parallèle, ce sont les conductances.

- Association de condensateurs en série :

Considérons deux condensateurs de capacités respectives C_1 et C_2 connectés en série selon le schéma :



La loi d'additivité des tensions s'écrit :

$$U = U_1 + U_2$$

La conservation de la charge :

$$q_1 = q_2$$

La loi tension-intensité de chaque condensateur s'écrit :

$$I = C_1 \frac{dU_1}{dt}$$

$$I = C_2 \frac{dU_2}{dt}$$

soit :

$$\frac{dU}{dt} = \frac{dU_1}{dt} + \frac{dU_2}{dt} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) I = \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2} I$$

d'où :

$$I = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \frac{dU}{dt}$$

De même :

$$q_1 = C_1 U_1$$

$$q_2 = q_1 = C_2 U_2$$

donc :

$$U = U_1 + U_2 = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) q_1$$

soit :

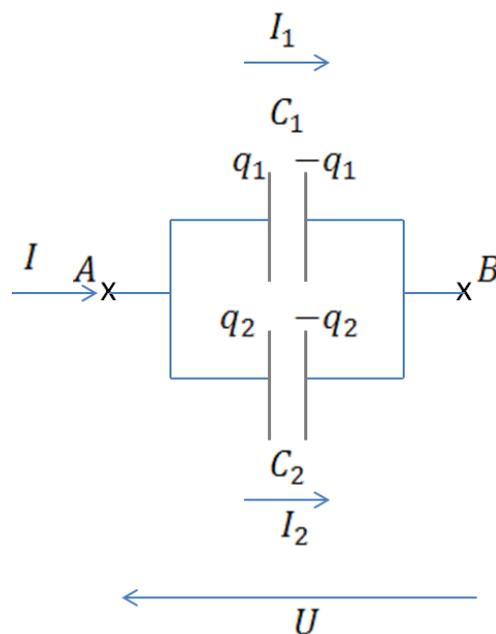
$$q_1 = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} U$$

Le dipôle équivalent a donc la même loi qu'un condensateur unique de capacité :

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

- Association de condensateurs en parallèle :

Considérons deux condensateurs de capacités respectives C_1 et C_2 connectés en parallèle selon le schéma :



Une même tension s'applique entre les armatures des deux condensateurs. Ainsi :

$$I_1 = C_1 \frac{dU}{dt}$$

$$I_2 = C_2 \frac{dU}{dt}$$

La loi du nœud A s'écrit :

$$I = I_1 + I_2$$

On en déduit :

$$I = (C_1 + C_2) \frac{dU}{dt}$$

De même :

$$q_1 = C_1 U$$

$$q_2 = C_2 U$$

donc :

$$q_1 + q_2 = (C_1 + C_2) U$$

Le dipôle équivalent est donc un condensateur de capacité :

$$C = C_1 + C_2$$

Nous retiendrons, qu'associés en série, deux condensateurs se comportent comme un condensateur unique dont l'inverse de la capacité est la somme des inverses des capacités et qu'associés en parallèle, ils se comportent comme un condensateur unique dont la capacité est la somme des capacités.

- Associations de self idéales (en négligeant la résistance interne)

Il est facile de vérifier que montées en série, les inductances s'ajoutent et montées en parallèle ce sont les inverses des inductances qui s'ajoutent.

V Simplications pour l'étude des circuits

1) Loi de Pouillet

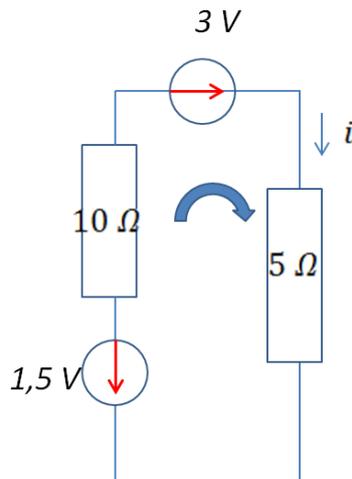
Etant donné un circuit formé de fém e_1, e_2, \dots, e_p comptées algébriquement pour une orientation de la maille formée par le circuit et mises en série avec des résistors R_1, R_2, \dots, R_q alors le courant circulant dans le sens choisi pour la maille est :

$$i = \frac{e_1 + e_2 + \dots + e_p}{R_1 + R_2 + \dots + R_q}$$

Cette propriété résulte trivialement de l'application de la loi de la maille :

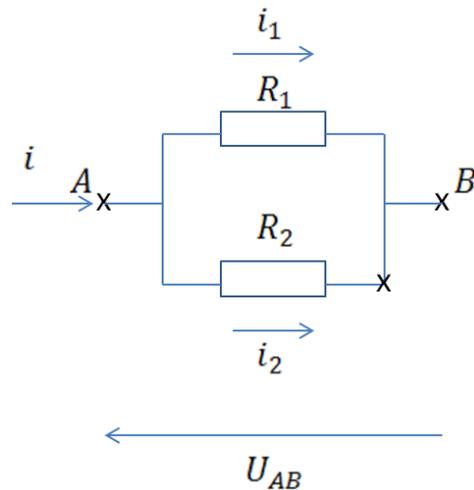
$$R_1 i + R_2 i + \dots + R_q i - e_1 - e_2 - \dots - e_p = 0$$

Exemple :



$$i = \frac{3 - 1,5}{10 + 5} = \frac{1,5}{15} = 0,1 \text{ A}$$

2) Montage Diviseur de courant



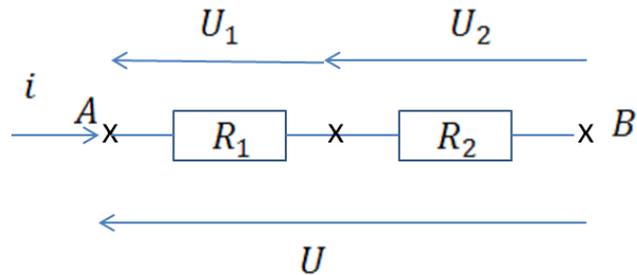
Soit un dipôle formé de deux résistors R_1 et R_2 montés en parallèle et alimentés par un courant d'intensité i . Alors ce courant se divise en proportion des résistances dans leur somme de telle sorte qu'il soit le plus élevé dans le résistor de moindre résistance. Ainsi :

$$i_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i$$

$$i_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i$$

Il suffit d'appliquer la loi du nœud A et de la maille pour s'en convaincre.

3) Montage Diviseur de tension



Soit un dipôle formé de deux résistors R_1 et R_2 montés en série, une tension U étant appliquée à l'ensemble. Alors la tension se divise aux bornes de chaque résistor en proportion des résistances dans leur somme. Ainsi :

$$U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U$$

$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U$$

Il suffit d'appliquer la loi d'additivité des tensions et la loi d'Ohm de chaque résistor pour s'en convaincre.